INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2,
Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 11 februarie 2012

Clasa a XII-a

1). Fie grupul $(G,\cdot)$ şi $H=\{x^2 \mid x\in G\}$. Arătați că, dacă G este comutativ atunci H este subgrup al grupului G. Reciproca este adevărată?

2). Fie legea de compoziție $*:(-1,1)\text{x}(-1,1)\to\Re$ definită prin $x*y=\frac{x+y}{1+xy}, x,y\in(-1,1)$.

a) Aratati ca $((-1,1),*)$ formeaza un grup abelian

b.) Aratati ca $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$ este un izomorfism de la $((-1,1),*)$ la $((0,+\infty),\cdot)$

b) Să se calculeze: $\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*...*\frac{1}{n}$, $n\geq 2$

3). Să se calculeze :

$$I(x)=\int\frac{\cos^3 x\cdot\sin x}{1+\cos^2 2x}dx \quad \text{şi} \quad J(x)=\int\frac{1}{(\sin x+\cos x)^2}dx, \quad x\in(0,\frac{3\pi}{4})$$

4). Fie $I\subseteq\Re$ interval şi $f,g:I\to\Re$ două funcții care au primitive pe I. Arătați că dacă există o submulțime finită $A\subset I$ astfel încât $f(x)=g(x),\forall x\in I\setminus A$, atunci $f=g$.

NOTĂ:
Toate problemele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore